|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 五、B样条曲线的矩阵表示1）二阶B样条曲线    设空间P0 P1, …., Pn为n+1个控制点，节点矢量为 http://comic.sjtu.edu.cn/thucs/GD_jsj_027y/images/pic/chap06/mo6_139.gif其中每相邻两个控制点之间可以构造出一段二阶B样条曲线。其中的第j=i-1段二阶B样条曲线Pj(t)的矩阵表示为：http://comic.sjtu.edu.cn/thucs/GD_jsj_027y/images/pic/chap06/mo6_140.gifhttp://comic.sjtu.edu.cn/thucs/GD_jsj_027y/images/pic/chap06/mo6_141.gif；其中，http://comic.sjtu.edu.cn/thucs/GD_jsj_027y/images/pic/chap06/mo6_142.gif 。　　对于二阶均匀B样条曲线，其矩阵表示与非均匀B样条曲线的相同： 　　　http://comic.sjtu.edu.cn/thucs/GD_jsj_027y/images/pic/chap06/mo6_143.gif。2）三阶B样条曲线    给定节点矢量为http://comic.sjtu.edu.cn/thucs/GD_jsj_027y/images/pic/chap06/mo6_144.gif ，n+1个控制点为P0，P1, …., Pn。其中每相邻三个点可构造出一段二次的B样条曲线。其中的第j（=i-2）段三阶B样条曲线Pj(u)的矩阵表示为：http://comic.sjtu.edu.cn/thucs/GD_jsj_027y/images/pic/chap06/mo6_145.gif；其中，http://comic.sjtu.edu.cn/thucs/GD_jsj_027y/images/pic/chap06/mo6_146.gif。对于三阶均匀B样条曲线，其矩阵表示为http://comic.sjtu.edu.cn/thucs/GD_jsj_027y/images/pic/chap06/mo6_147.gifhttp://comic.sjtu.edu.cn/thucs/GD_jsj_027y/images/pic/chap06/mo6_148.gif。三阶均匀B样条曲线的端点位置、一阶导数和二阶导数矢量分别为：

|  |
| --- |
| Pi,3(0)=(Pi+Pi＋1)/2，Pi,3(1)=(Pi＋1+Pi+2)/2；P'i,3(0)= Pi＋1-Pi，P'i,3(1)=Pi+2-Pi＋1，P'i,3(1)=P'i+1,3(0)；P''i,3(t)=Pi-2Pi＋1+Pi+2 , |

   三阶均匀B样条曲线的首末点通过相应边的中点；首末点的切矢方向与相应边重合；二阶导数矢量等于该曲线的两条边矢量Pi＋1-Pi 和Pi+2-Pi＋1所构成的对角线矢量。    三阶均匀B样条曲线段为抛物线，两相邻曲线段之间为一阶连续。3）四阶B样条曲线    设节点矢量为http://comic.sjtu.edu.cn/thucs/GD_jsj_027y/images/pic/chap06/mo6_149.gif ，控制点为P0 P1, …., Pn，其中每相邻四个点可构造出一段三次的B样条曲线。其中的第j(=i-3)段三次B样条曲线Pi(u)的矩阵表示为：http://comic.sjtu.edu.cn/thucs/GD_jsj_027y/images/pic/chap06/mo6_150.gif;http://comic.sjtu.edu.cn/thucs/GD_jsj_027y/images/pic/chap06/mo6_151.gif。其中，http://comic.sjtu.edu.cn/thucs/GD_jsj_027y/images/pic/chap06/mo6_152.gif,　　m3,2 =-m2,2/3- m3,3-(ti+1-ti)2/[( ti+2-ti)(ti+2-ti-1)],mr,j是第r行第j列的元素。    第j(=i-3)段三次均匀B样条曲线Pj(t)的矩阵表示：http://comic.sjtu.edu.cn/thucs/GD_jsj_027y/images/pic/chap06/mo6_153.gif。    三次均匀B样条曲线的端点位置、一阶导数和二阶导矢量分别为：

|  |
| --- |
| Pi,4(0)=（Pi+4Pi＋1+Pi+2）/6， |
| Pi,4(1)=（Pi＋1+4Pi+2+Pi+3）/6； |
| P'i,4(0)=（Pi+2-Pi ）/2， |
| P'i,4(1)= （Pi+3-Pi＋1 ）/2， |
| P'i,3(1)= P'i+1,3(0)； |
| P''i,4(0)= Pi-2Pi＋1+ Pi+2， |
| P'i,4(1)= Pi＋1-2Pi+2+ Pi+3。 |

   三次均匀B样条曲线段的起点位于以Pj+1Pj和Pj+1Pj+2为邻边的平行四边形的对角线的1/6处；起点的切矢量与PjPj+2平行，切矢量的长度http://comic.sjtu.edu.cn/thucs/GD_jsj_027y/images/pic/chap06/mo6_154.gif ；曲线段起点的二阶导数矢量等于以Pj+1Pj和Pj+1Pj+2为邻边所构成的平行四边形的对角线矢量。4）k阶B样条曲线设节点矢量为http://comic.sjtu.edu.cn/thucs/GD_jsj_027y/images/pic/chap06/mo6_149.gif ，控制点为P0，P1, …., Pn，其中每相邻k个控制点可构造出一段k阶B样条曲线。其中的第j(=i-k＋1)段曲线Pi-k+1(u)的矩阵表示为：http://comic.sjtu.edu.cn/thucs/GD_jsj_027y/images/but/dingyi.gif（6－4－4）http://comic.sjtu.edu.cn/thucs/GD_jsj_027y/images/pic/chap06/mo6_155.gif;http://comic.sjtu.edu.cn/thucs/GD_jsj_027y/images/pic/chap06/mo6_151.gif;其中，Mk(i)称为k阶B样条基矩阵，它由下列递归公式计算： http://comic.sjtu.edu.cn/thucs/GD_jsj_027y/images/but/dingyi.gif（6－4－5）http://comic.sjtu.edu.cn/thucs/GD_jsj_027y/images/pic/chap06/mo6_157.gifhttp://comic.sjtu.edu.cn/thucs/GD_jsj_027y/images/pic/chap06/mo6_158.gif如果 http://comic.sjtu.edu.cn/thucs/GD_jsj_027y/images/pic/chap06/mo6_161.gif，i＝0，1，…，n+k-1，则由（6－4－4）式所定义的曲线Pi-k+1(u) （i=k-1, k,…,n）为均匀B样条曲线，这时，k阶B样条基矩阵Mk(i)与i无关，简记为Mk：http://comic.sjtu.edu.cn/thucs/GD_jsj_027y/images/pic/chap06/mo6_159.gif上式也可以显式地表示为：http://comic.sjtu.edu.cn/thucs/GD_jsj_027y/images/pic/chap06/mo6_160.gif其中，http://comic.sjtu.edu.cn/thucs/GD_jsj_027y/images/pic/chap06/mo6_162.gif。 |